

基于模糊理论的混凝土热力学参数识别方法

李守巨, 刘迎曦

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

摘 要: 根据混凝土内部温度观测数据, 建立了基于模糊理论的混凝土热力学参数识别方法。根据观测点的温度观测数据的误差特性, 建立了模糊优化的目标函数。将热传导反问题作为非线性优化问题处理, 然后采用 BFGS 方法求解。由于温度观测误差的随机特性, 分析了混凝土热力学参数识别结果的统计特性。数值计算结果表明, 在考虑到温度观测误差的条件下, 所建立的参数反演方法能够有效地识别出混凝土的热力学参数。

关 键 词: 反问题; 混凝土热力学参数; 参数识别; 隶属函数; 正态分布

中图分类号: TK 124 **文献标识码:** A

Identification of concrete thermal parameters based on fuzzy theory

LI Shou-ju, LIU Ying-xi

(State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Based on the fuzzy theory, the identification algorithm for the concrete thermal parameters was proposed according to observed temperatures inner concrete. The objective function of the fuzzy optimization was presented with the statistical characters of observed temperatures. The inverse problem is formulated as a nonlinear optimization problem, which is then solved by using BFGS method. The statistical characters of identified parameters were investigated because the observed data were uncertainty. The numerical computation shows that the proposed method is able to identify efficiently the concrete thermal parameters while the measurement errors of temperatures are considered.

Key words: inverse problem; thermal parameters of concrete; parameter identification; membership function; normal distribution

1 引 言

导热反问题的研究在工程实际和理论研究中具有重要的价值。通过对导热反问题的研究可以确定大坝混凝土温度场的导热系数, 从而可以确定大坝的温度场, 进而得到大坝的冻融情况, 分析混凝土大坝表面在反复冻融循环作用下的冻蚀现象。在流砂区域里利用冻结法凿井施工时, 通过求解导热反问题可以比较准确确定流砂区域的温度场, 从而确定冻结管的布置, 并且合理确定冻土墙的参数和冻结井壁的压力。寒区集输油管线的温度场以及相应热工参数确定是寒区管线设计中的重要因素之一。在航空航天飞行器、热工机械和化工机械的热结构设计中热传导参数的确定同样具有重要意义。在热传导反问题的研究中已经提出了许多有效的方法, 并且解决了许多实际问题^[1-9]。但是, 以前反演

方法大多未考虑温度观测信息的不确定性, 是一种确定性反演方法。本文以模糊理论为基础^[10], 建立模糊约束隶属函数, 将约束优化反问题转变为无约束优化反问题; 并且考虑温度观测信息的不确定性, 研究参数识别结果的统计特性。

2 热传导正问题的数值解法

二维无热源热传导方程如下:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad x, y \in \Omega \quad (1)$$

式中 $\alpha = \frac{k}{c\rho}$ 为混凝土导温系数($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$); k 为导热系数($\text{J} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$); c 为比热($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$); ρ 为混凝土的密度($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$); Ω 为温度场的整个计算区域。热传导方程建立了温度与时间、空间的关系, 但满足以上热传导方程的解有无限个。为了确

定所需要的温度场,还必须知道初始条件和边界条件。初始条件即在初始瞬时固体内部的温度分布规律,用下式表示:

$$T=T_0(x,y) \quad (t=0, \quad x,y \in \Omega) \quad (2)$$

式中 $T_0(x,y)$ 为已知混凝土内部温度场初始分布。边界条件是固体表面与周围介质相互作用的规律,对于第1类边界条件,固体表面温度是时间 t 的已知函数:

$$T=T_B(t) \quad x,y \in \Omega_1 \quad (3)$$

对于第2类边界条件:

$$\alpha \partial T / \partial n = q \quad x,y \in \Omega_2 \quad (4)$$

上述式中 T_B 为第1类边界 Ω_1 上的已知温度; q 为第2类边界 Ω_2 上已知热流量; n 为外法线方向。对于非稳定的热传导问题,温度场除了满足热传导方程式(1)外还必须满足初始条件(2)和边界条件(3),(4)。根据变分原理,这个问题可化为泛函的极值问题。取泛函:

$$I(T) = \iint_{\Omega} \left\{ \frac{a}{2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + T \frac{\partial T}{\partial t} \right\} dx dy \quad (5)$$

式中 T 满足初始条件(2)和边界条件(3),(4)。设泛函 $I(T)$ 在 $T=T(x,y,t)$ 上实现极小值,根据欧拉方程,可知 $T(x,y,t)$ 必然在区域 Ω 内满足热传导方程(1),即

$$[K]\{T\} + [C]\{\dot{T}\} = \{B\} \quad (6)$$

式中 $[K]$ 为导热矩阵; $[C]$ 为热容矩阵; $\{B\}$ 为列矩阵,它取决于第2类边界热流量和第1类边界节点温度项。为了求解式(6),还需要采用有限差分方法对时间进行离散:

$$([K] + [C]/\Delta t)\{T^{t+\Delta t}\} = [C]\{\dot{T}^t\}/\Delta t + \{B\} \quad (7)$$

式中 Δt 为时间步长。

3 混凝土热力学参数反演数值方法

经典的目标函数是观测矢量与计算矢量残差平方和最小,即取欧氏二范数:

$$\min E(x) = \|T_c - T_m\|^2 \quad (8)$$

$$S.T. \quad a_i < x_i < b_i \quad (9)$$

式中 x 为待识别混凝土导温系数矢量; T_c 为计算温度矢量; T_m 为观测温度矢量; $S.T$ 为约束条件;

a_i, b_i 为根据先验信息所推断的混凝土导温系数上、下边界; N 为待识别参数的数目。由于观测误差的存在,或不同观测仪器测量精度有明显的差异,观测数据之间有可能存在矛盾的问题。模糊数学理论为解决这样的问题提供了强有力的手段。根据观测数据的统计特性,在进行参数识别之前,首先对观测数据进行评价,使得在参数识别过程中能够更多的依赖于那些“比较可靠”的数据,并且尽可能剔除那些“极不可靠”的数据,于是式(8)变为

$$\min f_{\mu}(x) = \sum \mu_{di}(T_{mi}) [T_{ci} - T_{mi}]^2 \quad (10)$$

式中 μ_{di} 为观测数据 T_{mi} 属于可靠数据模糊集的隶属度。观测数据的隶属度随观测标准差的增加而降低,本文取为如下形式:

$$\mu_{di}(\mu_{mi}) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_i)}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}} + 1 \right\} \quad (\sigma_{\min} < \sigma_i < \sigma_{\max}) \quad (11)$$

式中 $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$ 为所有观测点上观测数据标准差的最大和最小值。当将先验信息即约束条件考虑之后,模糊约束以隶属度的形式表现出来,目标函数变为

$$\min F(x) = \mu_p(x) f_{\mu}(x) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu_p(x) = \prod \mu_{pi}(x_i) \end{array} \right. \quad (12)$$

式中 $\mu_p(x)$ 为模糊约束的隶属函数; $\mu_{pi}(x_i)$ 为第 i 个待识别混凝土导温系数的模糊约束隶属度,本文取如下形式:

$$\mu_{pi}(x_i) = \begin{cases} 2 - \frac{1}{1+k(x_i - a_i)^2} & (x_i < a_i) \\ 1 & (a_i < x_i < b_i) \\ 2 - \frac{1}{1+k(x_i - b_i)^2} & (x_i > b_i) \end{cases} \quad (13)$$

式中 k 为常数,它决定了曲线的变化缓急程度。

4 数值算例

为了验证本文所提出参数识别方法的有效性,需要进行考题验证。如图1所示,某混凝土体由3种不同性质的混凝土组成。其中第1部分厚度为0.3 m,导温系数为 $\alpha_1 = 86.0 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$; 第2部分厚度为0.4 m,导温系数为 $\alpha_2 = 98.0 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$; 第3部分厚度为0.3 m,导温系数为 $\alpha_3 = 110.0 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ 。其中 $A-B$ 边界和 $C-D$ 边界为绝热边界,即:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{AB} = 0.0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{CD} = 0.0, \quad A-D \text{ 边界为第1类边界;}$$

边界条件为 $T_{AD} = 80.0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $B-C$ 边界为第 2 类边界; $q = 500\text{ W/m}^2$, 初始条件为 $T_0(x, y, t=0) = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。其它已知的混凝土参数如下: 混凝土的密度 $\rho = 2\,350\text{ kg/m}^3$, 混凝土的比热 $C = 1\,047\text{ J/(kg}\cdot^{\circ}\text{C)}$ 。

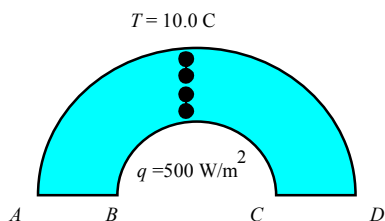


图 1 温度观测点布置和边界条件
Fig. 1 Sensor locations and boundary conditions

4.1 导温系数识别的确定性识别方法

将初始条件和边界条件以及混凝土各层的导温系数代入到有限元正分析模型中, 分别得到指定时间的 4 个观测点的温度值。将此温度值加入一定的误差 (观测噪音), 模拟“实际观测值”, 以检验本文所提出参数识别方法的有效性。然后根据模拟的“观测值”识别混凝土各层的导温系数。采用有限元数值方法模拟的 4 个观测点温度观测曲线如图 2 所示。表 1 为未考虑观测误差时参数识别结果。导温系数的识别过程如图 3 所示。

根据布置在混凝土内部 4 个温度传感器在不同时刻观测的温度值 (如图 2 所示), 本文采用 BFGS 方法迭代求解 3 层混凝土的导温系数, $X = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}^T$, 其迭代公式如下:

$$x^{k+1} = x^k - \text{He}(x^k)^{-1} G(x^k) \quad (14)$$

式中 He 为 Hessian 矩阵; G 为梯度矩阵; k 为迭代次数, 具体的计算方法见参考文献[12]。导温系数的迭代过程如图 3 所示。

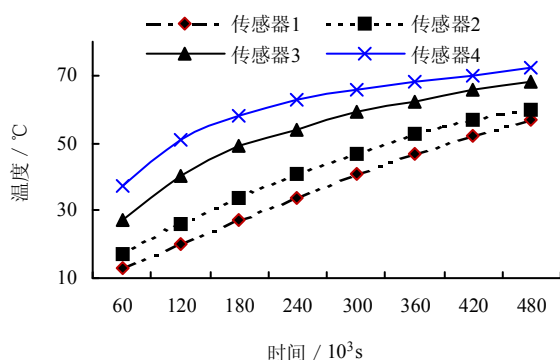


图 2 模拟的温度观测曲线
Fig. 2 Simulated curves of measurement temperatures

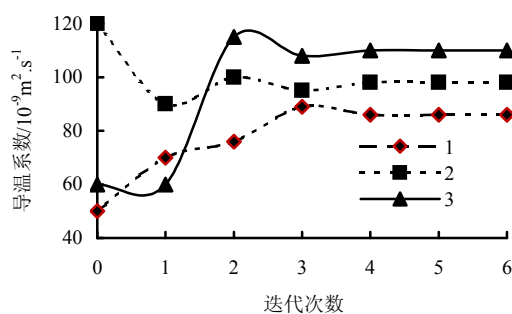


图 3 导温系数的迭代过程
Fig. 3 Thermal parameters versus number of iterations

表 1 基于确定性方法导温系数识别结果
Table 1 Identified values of thermal parameters

导温系数	α_1	α_2	α_3
理论值/ $10^{-8}\text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	86.00	98.00	110.00
识别值/ $10^{-8}\text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	86.02	97.98	110.01

4.2 观测信息的随机特性对导温系数识别结果的影响

由于观测仪器的精度有限, 因此在观测点温度观测值不可避免的存在误差 (即噪音)。观测值是伴随给定均值和方差并且服从正态分布随机产生的:

$$T = T_{\text{exa}} + \omega\sigma \quad (14)$$

式中 T_{exa} 为模拟的没有误差的精确解; ω 为按正态分布的随机变量, 其平均值为 0; σ 为观测值的标准差; T 为模拟的含有随机误差的观测值。假设各仪器观测标准差分别为: $\sigma_1 = 0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$, $\sigma_2 = 0.2\text{ }^{\circ}\text{C}$, $\sigma_3 = 0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$, $\sigma_4 = 0.4\text{ }^{\circ}\text{C}$, 计算得到各观测点观测值的权重分别为: 1.0, 0.75, 0.5, 0.5。约束条件及导温系数的先验信息为

$$\left. \begin{aligned} 20 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} < \alpha_1 < 2\,000 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \\ 20 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} < \alpha_2 < 2\,000 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \\ 20 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} < \alpha_3 < 2\,000 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

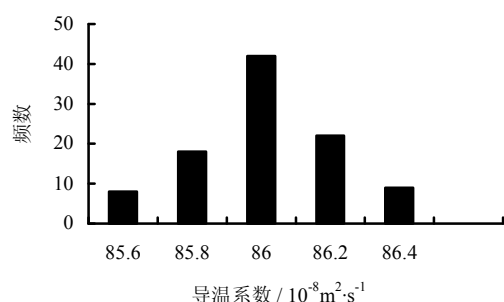
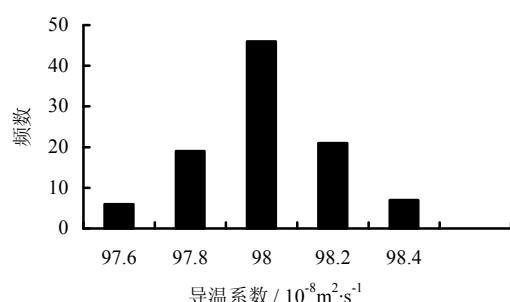
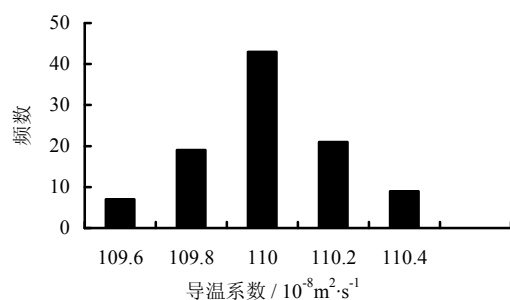
$$\left. \begin{aligned} a_i &= 20 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}, \\ b_i &= 2\,000 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

将式 (16) 代入到式 (13), 然后再代入到式 (12), 将约束优化识别问题转变为无约束优化识别问题, 并且得到了考虑权值的模糊优化目标函数。在考虑观测信息的不确定性条件下, 随机进行 100 次参数反演, 所得到的参数随机识别结果见表 2 与图 4~6。

表2 导温系数随机识别结果

Table 2 Identified values of thermal parameters with random errors

导温系数	α_1	α_2	α_3
理论值/ $10^{-8} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	86.00	98.00	110.00
平均值/ $10^{-8} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	86.02	98.01	110.01
标准差/ $10^{-8} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	0.208	0.193	0.209
置信区间/ $10^{-8} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	{85.59~86.42}	{97.60~98.40}	{109.59~110.42}

图4 导温系数 α_1 的统计分布Fig. 4 Statistical characteristic of thermal parameter α_1 图5 导温系数 α_2 的统计分布Fig. 5 Statistical characteristic of thermal parameter α_2 图6 导温系数 α_3 的统计分布Fig. 6 Statistical characteristic of thermal parameter α_3

5 结语

本文基于模糊数学理论, 根据埋置在混凝土内部的节点温度的观测数据, 建立了混凝土导温系数模糊识别的数值方法。根据观测点的温度观测数据的统计特性, 得到观测数据的隶属度函数, 基于待识别的混凝土导温系数的先验信息即约束条件, 建

立了模糊约束的隶属度函数, 进而得到模糊化的目标函数。以信息论方法为基础, 研究了观测信息的随机不确定性对参数识别结果的影响。研究表明, 基于信息论的模糊参数识别方法所得到的参数识别结果同样具有随机不确定性。数值算例表明, 该方法可行有效, 不仅适用于单介质热物性参数反演问题, 而且适用于多介质热物性参数反演问题。方法还可应用于求解多维稳态或非稳态热传导反问题。

参考文献

- [1] Marcelo J. Comparison of different versions of the conjugate gradient method of function estimation[J]. **Numerical Heat Transfer**, 1999, 36(1): 229—249.
- [2] Lin J Y. Numerical estimation of thermal conductivity from boundary temperature measurements[J]. **Numerical Heat Transfer**, 1997, 32(1): 187—203.
- [3] Tseng A A. Direct sensitivity coefficient method for solving two-dimensional inverse heat conduction problems by finite-element scheme[J]. **Numerical Heat Transfer**, 1995, 27(2): 291—307.
- [4] Ruperti N J. A method for solution of the coupled inverse heat conduction-radiation problem[J]. **J. of Heat Transfer**, 1996, 118(1): 10—17.
- [5] Martin T J. Inverse determination of boundary conditions and sources in steady heat condition with heat generation[J]. **J. of Heat Transfer**, 1996, 118(3): 546—554.
- [6] Blanc G. Solution of the inverse heat conduction problem from thermal strain measurements[J]. **J. of Heat Transfer**, 1996, 118(4): 842—849.
- [7] 王登刚, 刘迎曦, 李守巨. 非线性二维导热反问题的混沌-正则化混合解法[J]. **应用数学与力学**, 2002, 23(8): 864—869.
- [8] 王登刚, 刘迎曦, 李守巨. 识别材料导热系数和导温系数的温度场逆分析[J]. **上海理工大学学报**, 2001, 23(3): 233—238.
- [9] 王登刚, 刘迎曦, 李守巨. 二维稳态导热反问题的正则化解法[J]. **吉林大学学报**, 2000, (2): 56—60.
- [10] 李守巨, 刘迎曦, 王登刚. 基于模糊理论的土体渗流固结参数识别[J]. **计算物理**, 2002, 19(1): 81—85.
- [11] 李守巨, 刘迎曦, 王登刚. 混凝土重力坝弹性参数识别的灵敏度分析及其实例[J]. **岩土工程学报**, 2000, 22(3): 381—383.
- [12] Lee H S. A new spatial regularization scheme for the identification in finite body[J]. **Int. J. for Numerical Methods in Engineering**, 1999, 46(4): 973—992.